ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐINH THỊ HIỀN

VỀ PHƯƠNG PHÁP NEWTON

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐINH THỊ HIỀN

VỀ PHƯƠNG PHÁP NEWTON

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số : 8 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
GS.TSKH. Đinh Nho Hào

THÁI NGUYÊN - 2019

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn này được thực hiện tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và hoàn thành dưới sự hướng dẫn của GS.TSKH. Đinh Nho Hào. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới người hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành nhiều thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban Chủ nhiệm Khoa Toán-Tin, cùng các giảng viên đã tham gia giảng dạy, đã tạo mọi điều kiện tốt nhất để tác giả học tập và nghiên cứu. Đồng thời tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp cao học Toán K11C (khóa 2017-2019), cảm ơn gia đình bạn bè đã động viên và giúp đỡ tác giả rất nhiều trong quá trình học tập.

Mở đầu

Isaac Newton $(1642 - 1727)$ là một nhà vật lý, nhà thiên văn học, nhà triết học tự nhiên và nhà toán học vĩ đại người Anh. Ông đã xây dựng một công thức giải phương trình phi tuyến $f(x) = 0$ viết năm 1671 và được công bố lần đầu tiên vào năm 1685. Newton tính toán một chuỗi các đa thức sau đó ông đưa đến một nghiệm xấp xỉ của phương trình. Joseph Raphson $(1648 - 1715)$ đã coi phương pháp của Newton hoàn toàn như là một phương pháp đại số và giới hạn việc sử dụng nó cho các đa thức một biến. Tuy nhiên Raphson đã mô tả phương pháp thông qua dãy các xấp xỉ kế tiếp thay vì các chuỗi đa thức phức tạp như Newton. Cách giải thích của Raphson được xem như là đơn giản hơn của Newton và đã được ông công bố vào năm 1690. Ngày nay chúng ta gọi là phương pháp Newton (hay phương pháp Newton – Raphson) tìm nghiệm xấp xỉ của phương trình phi tuyến $f(x) = 0$ bằng việc xây dựng một dãy lặp hội tụ tới nghiệm của phương trình.

Phương pháp Newton – Raphson đóng vai trò quan trọng trong khoa học và kĩ thuật, đặc biệt đối với ngành Toán học nói chung và phương pháp số nói riêng. Trong thực tế nó có khả năng ứng dụng rất lớn.

Sau khi phương pháp Newton – Raphson ra đời, việc giải phương trình phi tuyến phát triển rất mạnh mẽ và có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực. Giải các bài toán có ý nghĩa thực tế quan trọng, đặc biệt trong giai đoạn hiện nay với sự hỗ trợ của máy tính điện tử việc này càng trở nên có hiệu lực. Điều đó đã thu hút nhiều nhà khoa học tìm hiểu sâu hơn về phương pháp này. Dựa trên cơ sở của phương pháp Newton – Raphson đã có, rất nhiều bài báo được đăng trên các tạp chí nổi tiếng thế giới nói về cách xây dựng những phương pháp cải tiến giải xấp xỉ phương trình phi tuyến với tốc độ hội tụ cao, có thể thực hiện trên máy tính điện tử.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, ba chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1 "Các khái niệm cơ bản về giải tích hàm"

Chương 2 " Lịch sử phương pháp Newton"

Chương 3 " Phương pháp Newton Kantorovich".

Chương 1

Các khái niệm cơ bản về giải tích hàm

1.1. Không gian Euclide

Định nghĩa 1.1

Cho E là không gian vectơ trên trường số thực $\mathbb{R}$, một tích vô hướng trên E là một ánh xạ $<,>$: $E \times E \to \mathbb{R}$

$$(x, y) \to < x, y >$$

thỏa mãn các điều kiện sau

1. $< x, y >=< y, x >$,
2. $< x + y, z >=< x, z > + < y, z >$,
3. $< \lambda x, y >= \lambda < x, y >$,
4. $< x, x >\geq 0 \ \forall x \in E$ và $< x, x >= 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Định nghĩa 1.2

Không gian vectơ E trên trường số thực $\mathbb{R}$ được gọi là không gian vectơ Euclide nếu trên E có một tích vô hướng.

Định nghĩa 1.3

Độ dài của một vectơ x của không gian vectơ Euclide E với tích vô hướng $<,>$ được xác định bởi:

$$\|x\| = \sqrt{< x, x >}$$

Định nghĩa 1.4

Đối với hai vectơ x và y của không gian vectơ Euclide thì ta gọi góc φ giữa x và y được xác định bởi công thức:

$$\cos\varphi = \frac{< x, y >}{\|x\|\|y\|}$$

1.2. Không gian Banach và toán tử liên tục

1.2.1. Không gian Banach

Định nghĩa 1.5 (Không gian định chuẩn)

Một không gian định chuẩn (hay không gian tuyến tính định chuẩn) là không gian tuyến tính X trên trường P ($P = R$ hoặc $P = C$) cùng với một ánh xạ từ X vào tập số thực R, được gọi là chuẩn và ký hiệu là $\|.\|$ thỏa mãn các tiên đề sau:

1. $(\forall x \in X)\ \|x\| \geq 0,\ \|x\| = 0 \Leftrightarrow x = \theta$ (ký hiệu phần tử không là θ);
2. $(\forall x \in X)$, $(\forall \alpha \in P), \|\alpha x\| = |\alpha|.\|x\|$;
3. $(\forall x, y \in X)\ \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Số $\|x\|$ gọi là chuẩn của vectơ x . Ta cũng kí hiệu không gian định chuẩn là X. Các tiên đề (1), (2), (3) được gọi là hệ tiên đề chuẩn.

Định nghĩa 1.6 (Sự hội tụ trong không gian định chuẩn)

Dãy điểm $\{x_n\}$ của không gian định chuẩn X được gọi là hội tụ tới điểm $x \in X$ nếu $\lim\limits_{n\to\infty} \|x_n - x\| = 0$ Kí hiệu $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$ hay $x_n \to x$ khi $n \to \infty$

Định nghĩa 1.7 (Dãy cơ bản)

Dãy $\{x_n\}$ trong không gian định chuẩn X được gọi là dãy cơ bản nếu $\lim\limits_{n,m\to\infty} \|x_n - x_m\| = 0$.

Định nghĩa 1.8 (Không gian Banach)

Không gian định chuẩn X được gọi là không gian Banach nếu mọi dãy cơ bản trong X đều hội tụ.

Ví dụ 1.1

Xét không gian véc tơ k - chiều $\mathbb{R}_k$, với mỗi $x \in \mathbb{R}_k, x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$trong đó $x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, k$. Đặt $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} |x_i|^2}$. Khi đó $\mathbb{R}_k$ là không gian Banach.

Ví dụ 1.2

Cho không gian véc tơ $C_{[a,b]}$. Đối với hàm số bất kì $x_t \in C_{[a,b]}$, ta đặt $\|x\| = \max_{[a,b]}|x_t|$. Khi đó $C_{[a,b]}$ là không gian Banach.

1.2.2. Toán tử tuyến tính liên tục

Cho X, Y là hai không gian định chuẩn.

Định nghĩa 1.9 (Toán tử tuyến tính)

Một toán tử $A : X \to Y$ gọi là một toán tử tuyến tính nếu thỏa mãn các điều kiện sau

1. $(\forall x, y \in X) A(x + y) = A(x) + A(y)$;
2. $(\forall x \in X)(\forall \alpha \in P) A(\alpha x) = \alpha A(x)$.

Ta viết Ax thay cho $A(x)$. Nếu $X \equiv Y$ ta nói A là toán tử trong X.
Ta kí hiệu
$\mathrm{Im}A = \{y \in Y | y = Ax, \forall x \in X\}$ là miền giá trị của toán tử A
$\mathrm{Ker}A = \{x \in X | Ax = 0\}$ là hạch (hạt nhân) của toán tử A.